UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

FACULTAD REGIONAL LA PLATA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

UNIDAD DOCENTE BÁSICA FÍSICA

FRLP-UTN

LABORATORIO DE FÍSICA

CÁTEDRA: FÍSICA I

TRABAJO PRÁCTICO Nº 4

Utilización de Péndulos para Cálculos Indirectos.

Edición 2019

Ministerio de Educación *Cultura, Ciencia y Tecnología* *Universidad Tecnológica Nacional* *Facultad Regional La Plata*	*Departamento de Ciencias Básicas* *Unidad Docente Básica Física* *Laboratorio de Física* *Cátedra: Física* I

ENSAYO DE LABORATORIO:

I. Determinación de la aceleración de la gravedad con un péndulo.

II. Calculo del Momento de Inercia de un Aro. Péndulo Físico.

CÁTEDRA: Física I

ALUMNO:______________________________

COMISIÓN Nº: 1º_____

INTEGRANTES:__________________________

____

____

____

III. PÉNDULO SIMPLE. OBTENCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD.

1. Objetivos del Ensayo

- Adquirir los fundamentos de las ciencias experimentales o de observación
- Adquirir interés por el método científico y desarrollar actitudes experimentales
- Aplicar la teoría del movimiento oscilatorio en hechos experimentales.

2. Componentes:

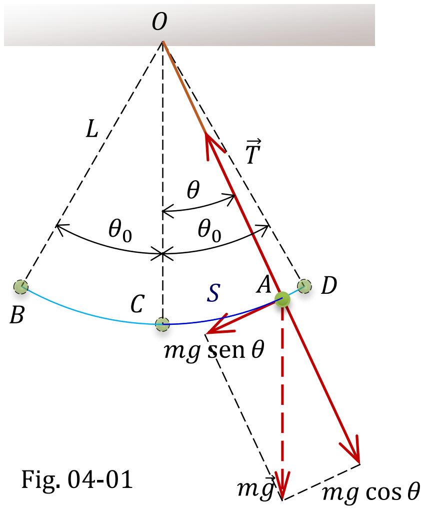


Fig. 04-01

- Una esfera de 0,5 cm < r < 1,0 cm
- Un hilo de 0,5 m < L < 1,30 m
- Una cinta métrica, milimetrada.
- Un calibre.
- Un soporte.
- Una PC.
- Una barrera luminosa de horquilla (fotogate). (337 46).
- Un sistema de adquisición de datos (CASSY Lab 524 010).

3. Planteo del Problema

Discusión Teórica:

Se define como ***péndulo matemático***, a un punto material, suspendido de un punto fijo por medio de un hilo inextensible y sin peso. Si se lo aparta de su posición de equilibrio, oscila con un periodo T, o sea, cada T segundos se repite el movimiento, efectuando una oscilación, si los apartamientos θ son muy pequeños (sen $\theta = \theta$) el péndulo realiza un ***Movimiento Armónico Simple***, con un período que satisface la siguiente ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (04-01)$$

Dónde, L es la longitud del péndulo y g es aceleración de la gravedad.

Esta expresión nos dice que el período es independiente de ***la masa oscilante***, y para ***apartamientos pequeños*** también es independiente de éstos, es decir que el tiempo que el péndulo tarda en realizar una oscilación completa es el mismo, cualquiera sea el ángulo que le hemos apartado inicialmente.

Pero cuando los apartamientos no son muy pequeños se puede demostrar que el periodo depende de éstos, de acuerdo a la siguiente igualdad:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right) \qquad (04-02)$$

Cuando la masa no es puntual, es necesario, introducir una nueva corrección a la ec. 04-01, que daría:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L + \frac{2r^2}{5L}}{g}} \qquad (04-03)$$

Dónde, r es el radio de la esfera.

Si consideramos que las ecs. 04-02 y ec. 04-03 son correcciones de la ec. 04-01, introduciendo ambas a la vez obtenemos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L + \frac{2r^2}{5L}}{g}}\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right) \qquad (04-04)$$

Esta fórmula nos da T más exactamente que cualquiera de las anteriores, y se convierte en la ec. 04-01 cuando θ y r son muy pequeños.

Trataremos, entonces, de crear las condiciones para que sea posible la utilización de la ec. 04-01, en base al estudio de los errores causales y sistemáticos, determinemos que péndulo armar y bajo qué condiciones medir.

Debemos determinar g con un valor absoluto de ± 0.05 m/s^2.

Estudios de Errores Causales y Sistemáticos

Al determinar g, por medio del péndulo podemos cometer los dos tipos de errores estudiados, los sistemáticos y los accidentales.

Como éste es un método dinámico, tenemos la ventaja de poder fijar de antemano el error con que queremos hallar nuestra magnitud y de acuerdo a eso, elegir los instrumentos y las fórmulas que utilizaremos, si tomamos como valor absoluto de g.

$$\Delta g = \pm 0{,}05\,\frac{m}{s^2} \qquad (04-05)$$

Entonces en base a ello, el error relativo de g será:

$$\frac{\Delta g}{g} = 0{,}005 \qquad (04-06)$$

Si vamos a hallar g de la ec. 04-01, tendremos que:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}L \qquad (04-07)$$

Aplicando el concepto de errores:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T} \qquad (04-08)$$

A partir de ésta igualdad, determinaremos con que precisión debemos hallar T para obtener g con el error deseado.

Como L, la longitud del péndulo, lo medimos con una regla graduada en mm, lo más que podemos equivocarnos es en 1 mm, si la mínima lectura de la longitud del péndulo la tomamos alrededor de 1.000 mm, siendo $\Delta L = 1$ mm, $\dfrac{\Delta L}{L} < 0{,}001$. Por lo tanto:

$$\frac{\Delta L}{L} < 0{,}001 \qquad (04-09)$$

Ahora estamos en condiciones de hallar el error máximo que nos estará permitido cometer en la medición del período. De la ec. 04-08, tendremos:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta g}{g} - \frac{\Delta L}{L}\right) \qquad (04-10)$$

Sustituyendo los valores:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}(0{,}005 - 0{,}001) \qquad (04-11)$$

Vemos que el error relativo que podemos cometer en la medición del período debe de ser menor que 0,002 para hallar T con la precisión deseada, por lo que debemos de tomarlo con la PC.

Debemos por lo tanto, concentrarnos entonces en la medición de la longitud del péndulo.

Determinación de Apartamiento θ.

De la ec. 04-01:

$$g_1 = \frac{4\,\pi^2}{T^2} L \qquad (04-12)$$

De la (2)

$$g_2 = \frac{4\,\pi^2}{T^2} L \left(1 + \frac{\theta^2}{8} + \frac{\theta^4}{256} + \cdots\right)$$

Como los valores de $\left(\dfrac{\theta^4}{256} + \cdots\right)$, van a resultar valores muy pequeños, podemos despreciarlo.

$$g_2 = \frac{4\,\pi^2}{T^2} L \left(1 + \frac{\theta^2}{8}\right) \qquad (04-13)$$

Ahora si hacemos $g_2 - g_1$, obtendremos el error Δg que se comete al tomar la ec. 04-01 en vez de ec. 04-02

$$\Delta g = g_2 - g_1 = \frac{4\,\pi^2 L}{T^2}\frac{\theta^2}{8} = g\,\frac{\theta^2}{8}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\theta^2}{8} \qquad (04-14)$$

Por lo tanto, $\dfrac{\Delta g}{g} = \dfrac{\theta^2}{8}$, debe ser despreciable frente al 0,005 fijado. Resultando entonces el apartamiento máximo

$$\theta_0^r < \pm\sqrt{8\frac{\Delta g}{g}}$$

$$\theta_0^r < \pm\, 0{,}2\; rad$$

$$\theta_0^o < \pm 11°$$

Esto significa que si queremos medir g con la precisión deseada, utilizando la ec. 04-01, todas nuestras mediciones las debemos hacer apartando el péndulo no más de un ángulo de 0,2 rad. Trabajar en radianes resulta más cómodo para obtener el apartamiento en cm, dado que $\theta = S/L$. Por lo tanto:

$$S = 0{,}2\; L \qquad (04-15)$$

Que para un péndulo de 1 m de longitud $S = 20$ cm y para 0,5 m, $S = 10$ cm.

Determinación del radio de la esferita

Siguiendo el mismo camino anterior, de la ec. $(04-03)$:

$$g_3 = \frac{4\,\pi^2}{T^2}\left(L + \frac{2\,r^2}{5\,L}\right) \qquad (04-16)$$

Restando ahora g_3 de g_1 y dividendo por g:

$$\Delta g = g_3 - g_1 = \frac{4\,\pi^2}{T^2}\frac{2\,r^2}{5\,L} = \frac{4\,\pi^2}{T^2}\frac{2\,r^2}{5\,L}\frac{L}{L} = g\,\frac{2\,r^2}{5\,L^2}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\,r^2}{5\,L^2} \qquad (04-17)$$

Este es el error cometido debido a que al péndulo físico le aplicamos la ley del péndulo matemático, y que debe ser despreciable frente al 0,005 que queremos cometer. Fijemos, que sea menor que 0,005 o sea:

$$\frac{2\,r^2}{5\,L^2} < 0{,}005$$

Por lo tanto, para realizar la experiencia tendremos que tener un péndulo cuya esfera no supere:

$$r < 0{,}11\; L\;(cm) \qquad (04-18)$$

Problema:

¿Cuál será la aceleración de la gravedad en un lugar donde un péndulo de 1 m de longitud tiene un período de 2 s?

Ahora vayamos al laboratorio y con los elementos descriptos anteriormente encontremos el valor de la aceleración de la gravedad en la Facultad.

4. Planilla. Registros de Datos. Eventos de Ensayo. Cálculos:

1. Completar la Tabla I con los datos requeridos. Opcional, preparar en un archivo Excel similar a la Tabla I.

2. Medir el radio de la esferita r y la longitud L.

3. Halar el máximo apartamiento que podrá realizar durante la experiencia para utilizar la ec. 04-01, de acuerdo a la ec. 04-15.

4. Aplicando la ec. 04-18 halle el radio máximo que debe poseer la esferita para no tener la corrección de la ec. 04-03.

5. Calcular el error relativo $\Delta L/L$ que se ha cometido tomando $\Delta L = 0{,}1$ cm.

6. No apartando el péndulo más del valor hallado en de la ec. 04-15, tome el tiempo que tarda el péndulo en ejecutar una oscilación por medio de la PC con tres medidas distintas de longitudes de péndulo. Estas se pueden copiar del programa de adquisición de datos y llevarlas al Excel ya preparado para poder así calcular el promedio.

Luego de obtener el promedio de las aceleraciones de la gravedad, compare el valor hallado con el que corresponde a esta latitud, $g = 9{,}79$ m/s^2.

				Tabla I
n	l [cm]	L [cm]	T [s]	g_i [cm/s^2]
1				
2				
3				
				$\bar{g} =$

Dónde:

$l \equiv$ Longitud del hilo de donde se encuentra suspendido el péndulo.

$L \equiv$ Longitud del péndulo (suma de r y l)

T ≡ Periodo

g_i ≡ los valores calculados de g con la ec. 04-12.

Nota: si la diferencia con el valor señalado es mayor que el $\Delta g = 0{,}05\ \mathrm{m/s^2}$ fijado, quiere decir que la medición ha sido afectada con errores casuales y/o sistemáticos que no hemos tenido en cuenta. Es necesario rehacer todas las operaciones efectuadas.

5. Conclusiones:

____

____

____

____

____

____

Cuestionario.

¿Qué sucede cuando los apartamientos no son pequeños?_____________________

____

____

¿Es nuestro péndulo ideal?____

¿Porqué?____

____

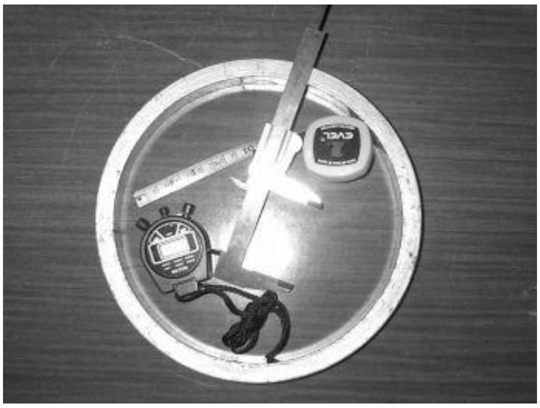
IV. Péndulo Físico. Cálculo del Momento de Inercia de un Aro.

1. Objetivos del Ensayo

- Adquirir los fundamentos de las ciencias experimentales o de observación
- Adquirir interés por el método científico y desarrollar actitudes experimentales
- Comprender los fenómenos y leyes relativas a Mecánica
- Aplicar los conocimientos matemáticos y físicos, para encontrar a partir de los hechos experimentales, el momento de inercia de un aro.

2. Equipo a Ensayar:

Aro de paredes gruesas.



3. Componentes:

- Un aro
- Una cinta métrica
- Un calibre
- Un soporte
- PC

Justificación Teórica

El momento de inercia de un péndulo físico, está vinculado a su periodo a través de la siguiente igualdad:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{Mgd}} \qquad (04-19)$$

En la ec. 04-19 los términos representan, I_O el Momento de inercia con respecto a un eje que pasa por el pivote, paralelo al CENTRO DE MASA (CM), M la masa del aro, g la Aceleración de la gravedad (980 cm/s^2) y d la Distancia del eje que pasa por CM al punto de pivote.

El momento de inercia I_O respecto a un eje cualquiera, paralelo al que pasa por el centro de masa del sistema es igual, por el teorema de Steiner, a:

$$I_O = I_{CM} + Md^2 \qquad (04-20)$$

Donde I_{CM} es el momento de inercia respecto un eje pasante por el CM.

Reemplazando la ec. 04-20 en la ec. 04-19, obtenemos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{CM} + Md^2}{Mgd}} \qquad (04-21)$$

Fórmula de la que se despeja I_{CM}, que queda en función de parámetros perfectamente medibles en la presente experiencia:

$$I_{CM} = Mdg\frac{T^2}{4\,\pi^2} - Md^2 \qquad (04-22)$$

$$I_{CM} = Md\left(g\frac{T^2}{4\,\pi^2} - d\right) \qquad (04-23)$$

Estudios de Errores Casuales y Sistemáticos.

En la determinación de I_{CM} por medio del péndulo físico, podemos cometer los dos tipos de errores que conocemos, sistemáticos y accidentales. Con el método dinámico, tenemos la posibilidad, de poder fijar de antemano el error con que deseamos hallar nuestra magnitud y de acuerdo a éste, establecer las condiciones de ensayo y la precisión de los instrumentos de medida a utilizar.

Si nos imponemos como error máximo el 1%, el error relativo de I_{CM} será:

$$\frac{\Delta I_{CM}}{I_{CM}} = 0{,}05 \qquad (04-24)$$

Si a la ec. 04-22 le aplicamos lo ya estudiado sobre errores, el error relativo de la ec. 04-24 será:

$$\frac{\Delta I_{CM}}{I_{CM}} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2\,\Delta T}{T} + \frac{2\,\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta M}{M} + \frac{2\,\Delta d}{d} = 0{,}05$$

Agrupando términos queda:

$$\frac{\Delta I_{CM}}{I_{CM}} = \frac{2\,\Delta M}{M} + \frac{3\,\Delta d}{d} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2\,\Delta T}{T} + \frac{2\,\Delta\pi}{\pi} = 0{,}05 \qquad (04-25)$$

A π y g, los tomamos tan precisos como haga falta, de forma que no exista error relativo apreciable debido a estas constantes.

El error $\frac{2\,\Delta T}{T}$ es despreciable al medirlo con PC, y, $\frac{2\,\Delta M}{M}$ como utilizamos balanza digital, también tendría un valor despreciable, por lo tanto:

$$\frac{\Delta I_{CM}}{I_{CM}} = 3\,\frac{\Delta d}{d} \leq 0{,}05 \qquad (04-26)$$

Esto nos indica que debemos tener cuidado con las mediciones de las longitudes.

4. Planilla de Registros de Datos y Eventos de Ensayo:

1. Medir la masa M en g.
2. Ubicar la posición del centro de masa.
3. Medir la distancia d en cm.
4. Suspender el cuerpo en el lugar indicado.
5. Poner a oscilar el péndulo observar el valor de T y reemplazarlas en la ec. 04-22 hallando el I_{CM} obtenido por experiencia. Nota: todas las medidas en el sistema cgs.

Masa M [g]	Diámetro externo D_E [cm]	Diámetro interno D_I [cm]	Distancia entre los ejes paralelos d [cm]	T [s]

5. Cálculos, Análisis, Desarrollos, Planillas de Registro de Datos Calculados.

i. Experiencia

$$I_{CM} = Md\left(g\,\frac{T^2}{4\,\pi^2} - d\right)$$

ii. Cálculo Geométrico

$$I_{CM} = \frac{1}{2}M(R_E^2 + R_I^2)$$

O también con los diámetros:

$$I_{CM} = \frac{1}{8}M(D_E^2 + D_I^2)$$

6. Comparar

$$\frac{I_{CM(Cálculo)} - I_{CM(Experiencia)}}{I_{CM(Cálculo)}} \leq 0{,}05$$

$$\boxed{\Delta I_{CM} = \qquad\qquad\qquad \text{g cm}^2}$$

7. Conclusiones:

En la presente práctica no se habló de los apartamientos, ¿Qué sucede con ellos?

____

¿Es posible calcular el momento de inercia del aro con otro método?____________

¿Cuál?____