

Trabajo Práctico Nº 04

Movimiento en el Plano. Movimiento de un proyectil.

1 Se dispara un proyectil con una velocidad de 100 m s^{-1} y un ángulo de 60° con la horizontal. Calcule:

- El alcance horizontal.
- La altura máxima.
- El tiempo de vuelo.
- La velocidad y la altura después de 10 s.

(a) $R = 884 \text{ m}$; (b) $H = 383 \text{ m}$; (c) $t_v = 17,67 \text{ s}$; (d) $v_{(10)} = 51,3 \text{ m/s}$, $\beta = 12^\circ 50'$, $y_{(10)} = 376 \text{ m}$.

2 Un bombardero vuela horizontalmente a una altura de 1,2 km con una velocidad de 360 km h^{-1} .

- ¿Cuánto tiempo antes de que el avión esté sobre su objetivo deberá soltar la bomba?
- ¿Cuál es la velocidad de la bomba cuando llega a tierra?
- ¿Cuál es la distancia horizontal que recorre la bomba?

(a) $t = 15,65 \text{ s}$; (b) $v = 183 \text{ m/s}$, $\beta = -56^\circ 54'$; (c) $x = 1.565 \text{ m}$.

3 Se dispara un proyectil con un ángulo de 37° . Golpea el suelo a una distancia horizontal de 4 km. Calcule:

- La velocidad inicial.
- El tiempo de vuelo.
- La altura máxima del proyectil.
- La velocidad en el punto de máxima altura.

(a) $v_i = 201,94 \text{ m/s}$; (b) $t_v = 24,80 \text{ s}$; (c) $H = 753,55 \text{ m}$; (d) $v = 161,28 \text{ m/s}$, $\beta = 0^\circ$

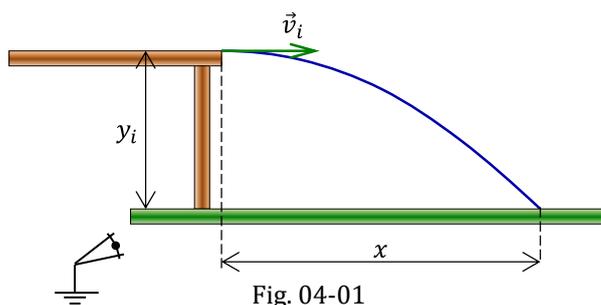
4 Un rifle tiene un alcance máximo ($\alpha = 45^\circ$) de 500 m.

- ¿Para qué ángulos de elevación el alcance sería 350 m?
- ¿Cuál es el alcance cuando la bala sale del rifle, a 14° , y a 76° ?
- ¿Cuál será el tiempo de vuelo para cada uno de los ángulos?

(a) $\theta_1 = 22^\circ 13'$, $\theta_2 = 67^\circ 47'$; (b) Para los dos, ángulos es $234,74 \text{ m}$; (c) $t_1 = 3,46 \text{ s}$, $t_2 = 13,86 \text{ s}$.

5 Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 75 cm de altura cae, tocando el suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 m del borde de una mesa. Hállense:

- El tiempo de caída.
- La velocidad de la bola en el momento de abandonar la mesa.
- El valor y dirección de la velocidad de la bola justamente antes de llegar al suelo. Dibújese un diagrama a escala.



(a) Las ecuaciones del movimiento quedan expresadas de la forma:

$$\begin{cases} x(t) = v_i \cos \alpha t & (1) \\ y(t) = y_i + v_i \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \\ v_x = v_i \cos \alpha = v_{ix} & (3) \\ v_y = v_i \sin \alpha - g t & (4) \end{cases}$$

Donde x está en metros t es segundos g en m/s^2 y v en m/s . Al instante de abandonar la mesa, la bola cae desde una altura de y_i de 0,75 m, con una velocidad v_i y dirección horizontal, por

lo que $\alpha = 0^\circ$, luego, para el instante en que la bola toca el suelo, $y = 0$, reemplazando los valores de x e y_i quedando:

$$\begin{cases} 1,5 = v_i t & (1) \\ 0 = 0,75 - 4,9 t^2 & (2) \\ v_y = -9,8 t & (4) \end{cases}$$

De la última ecuación (2):

$$t = \pm \sqrt{\frac{0,75 \text{ m}}{4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$\boxed{t = 0,39 \text{ s}}$$

(b) De la ecuación (1)

$$v_i = \frac{1,5}{t} = \frac{1,5 \text{ m}}{0,39 \text{ s}}$$

$$\boxed{v_i = 3,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

(c) La velocidad es:

$$v = \pm \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \beta = \text{arctg} \frac{v_y}{v_x}$$

De las ecuaciones (3 y 4)

$$v_x = 3,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y = -\left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0,39 \text{ s}) = -3,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Por lo que:

$$v = \pm \sqrt{\left(3,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-3,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$\boxed{v = 5,42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\beta = \text{arctg} \frac{v_y}{v_x} = \text{arctg} \frac{-3,83}{3,83}$$

$$\boxed{\beta = -45^\circ}$$

6 Un mortero de trinchera dispara un proyectil con ángulo de 53° por encima de la horizontal, y velocidad inicial de 60 m/s. Un tanque avanza directamente hacia el mortero, sobre terreno horizontal, a la velocidad de 3 m/s. ¿Cuál deberá ser la distancia desde el mortero al tanque, para lograr blanco, en el instante en que es disparado el primero?

$$x = 382 \text{ m}$$

7 Una pelota de baseball abandona el bate a una altura de 1,20 m por encima del suelo, formando un ángulo de 45° con la horizontal y con tal velocidad que el alcance sea de 120 m. A la distancia de 108 m de la plataforma de lanzamiento se encuentra una valla de 9 m de altura, ¿pasará la pelota por encima de esta?

El movimiento de la pelota se esquematiza en la Fig. 04-02. Un observador inercial nos diría que las ecuaciones del movimiento son:

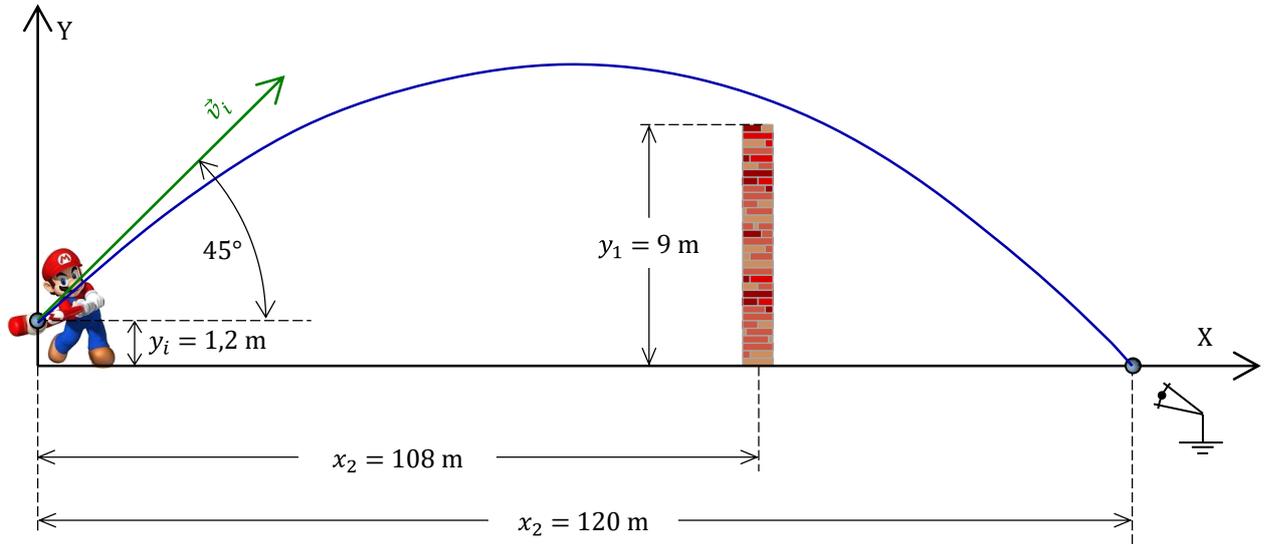


Fig. 04-02

$$\begin{cases} x(t) = v_i \cos \alpha t \\ y(t) = y_i + v_i \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_x = v_i \cos \alpha = v_{ix} \\ v_y = v_i \sin \alpha - g t \end{cases}$$

Para saber si la pelota pasa por encima de la pared:

$$\begin{cases} 108 = v_i \cos 45^\circ t_1 & (1) \\ y = 1,20 + v_i \sin 45^\circ t_1 - 4,9 t_1^2 & (2) \end{cases}$$

Tenemos dos ecuaciones pero las incógnitas son tres, planteamos otro sistema de ecuaciones, ahora cuando la pelotita está en x_2, y_2 :

$$\begin{cases} 120 = v_i \cos 45^\circ t_2 & (3) \\ 0 = 1,20 + v_i \sin 45^\circ t_2 - 4,9 t_2^2 & (4) \end{cases}$$

De la (3) y de la (4)

$$t_2 = \frac{120}{v_i \cos 45^\circ}$$

$$0 = 1,20 + (v_i \sin 45^\circ) \left(\frac{120}{v_i \cos 45^\circ} \right) - 4,9 \left(\frac{120}{v_i \cos 45^\circ} \right)^2$$

$$0 = 1,20 + 120 \operatorname{tg} 45^\circ - 4,9 \frac{120^2}{v_i^2 \cos^2 45^\circ}$$

$$v_i = 34,12 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 4,97 \text{ s}$$

Luego después de hallar el valor t_1 de la ec. (1) reemplazamos en la (2) los valores obtenidos:

$$t_1 = \frac{108}{v_i \cos 45^\circ}$$

$$t_1 = 4,48 \text{ s}$$

$$y = 1,20 + v_i \sin 45^\circ t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$y = 11 \text{ m} > 9 \text{ m}$$

Por lo que la pelota pasará por encima de la pared.

8 El ángulo de tiro de un cañón antiaéreo es 70° , y la velocidad inicial, 810 m/s . ¿Para qué tiempo después del disparo debe graduarse la espoleta si se desea que la granada haga explosión a una altura de 1.500 m ?

$t = 2 \text{ s}$

9 Un temerario acróbata se dispara desde un cañón a 45° respecto de la horizontal con una velocidad inicial de 25 m/s . Una red está colocada a una distancia horizontal de 50 m del cañón. ¿A qué altura sobre el cañón debe ponerse la red para que caiga en ella el acróbata?

$y = 10,80 \text{ m}$

10 Un avión vuela horizontalmente a una altura de 1 km con velocidad de 200 km/h . Deja caer una bomba, la cual deberá golpear a un barco que se mueve en la misma dirección con una velocidad de 20 km/h . Compruebe que la bomba debe lanzarse cuando la distancia horizontal entre el avión y el barco es de 715 m .

11 Se lanza una pequeña piedra con velocidad inicial 49 m/s , y formando un ángulo de 53° con la horizontal, según figura la piedra se introduce en un tubo apuntado a 45° con la vertical, de tal forma que la dirección del movimiento coincide con la del eje del tubo en el momento de penetrar en él.

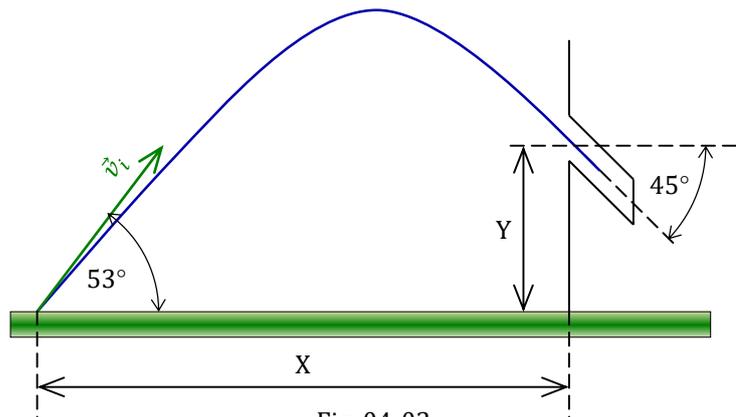


Fig. 04-03

a) ¿Cuánto tiempo estará la piedra en el aire?

b) ¿Cuáles son las coordenadas X e Y del tubo?

(a) $t = 7 \text{ s}$; (b) $X = 206 \text{ m}$, $Y = 34 \text{ m}$.

12 Un jugador de béisbol golpea la pelota de modo que ésta adquiere una velocidad de 15 m/s y un ángulo de 30° por encima de la horizontal. Un segundo jugador, a 30 m del bateador y en el mismo plano de la trayectoria de la pelota, empieza a correr en el instante en que la pelota es golpeada.

a) Calcule la velocidad mínima del jugador para atrapar la pelota, si su mano puede llegar a $2,4 \text{ m}$ del nivel del suelo y la pelota estaba a $0,9 \text{ m}$ de altura cuando fue golpeada.

b) ¿Qué distancia tiene que correr el segundo jugador?

(a) $v = -11,35 \text{ m/s}$; (b) $x = -14 \text{ m}$

13 Un gran peñasco, Fig. 04-04, descansa sobre un barranco de 400 m de altura. Existe una laguna de 200 m de diámetro con su borde a 100 m del pie del barranco. Si el peñasco sale despedido con una velocidad de 50 m/s formando un ángulo de 30° por debajo de la horizontal:

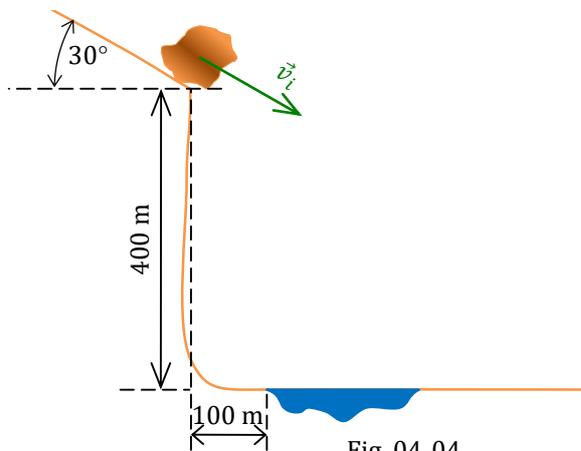


Fig. 04-04

a) ¿Caerá dentro de la laguna?

b) ¿Cuál será su velocidad en el momento del choque?

c) ¿Cuánto tiempo estará el peñasco en el aire?

(a) Sí; (b) $v = 101,7 \text{ m/s}$, $\beta = -64^\circ 48'$; (c) $t_v = 6,84 \text{ s}$.

14 Un automovilista se estaciona viendo hacia el mar sobre una pendiente que forma un ángulo de 37° con la horizontal. La distancia desde donde el automóvil está estacionado hasta la parte inferior de la pendiente es de 50 m , la cual termina en un precipicio ubicado 30 m sobre la superficie del mar. El negligente conductor deja la palanca de cambio del auto en punto neutro y los frenos de mano están defectuosos. Si

el auto rueda a partir del reposo hacia abajo de la pendiente con una aceleración constante de 4 m/s^2 , encuentre:

- La velocidad del auto justo cuando alcanza el precipicio y el tiempo que tarda en llegar ahí.
- La velocidad del auto justo cuando se hunde en el océano.
- El tiempo total que el auto está en movimiento.
- La posición del auto relativa a la base del precipicio justo cuando entra al agua.

(a) $v_1 = 20 \text{ m/s}$, $t = 5 \text{ s}$; (b) $v_2 = 31,43 \text{ m/s}$, $\beta = -59^\circ 24'$; (c) $t_{\text{Total}} = 6,54 \text{ s}$; (d) $x = 24,6 \text{ m}$.

15 Un bombardero pica, formando ángulo de 53° con la vertical, y abandona una bomba a una altura de 730 m . Se observa que el proyectil llega al suelo 5 s después de abandonado.

- ¿Cuál es la velocidad del bombardero en m s^{-1} ?
- ¿Qué distancia horizontal recorrerá la bomba durante su vuelo?
- ¿Cuales son las componentes horizontal y vertical de su velocidad en el instante de llegar al suelo?

(a) $v = 202,5 \text{ m/s}$; (b) $x = 810 \text{ m}$; (c) $\vec{v} = 162 \hat{i} - 170,5 \hat{j} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

16 Una jugadora de basketball lanza un tiro a la canasta desde 2 m de altura, una distancia horizontal de 10 m , como en la Fig. 04-05. Si tira a un ángulo de 40° con la horizontal, ¿con qué velocidad inicial debe tirar de manera que el balón entre al aro sin golpear el tablero?

$v = 10,70 \text{ m/s}$

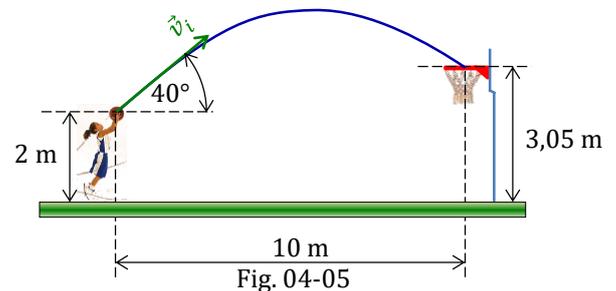


Fig. 04-05

17 Un hombre viaja sobre una plataforma (Fig. 04-06) que avanza con velocidad de 10 m/s y desea lanzar una pelota a través de un aro fijo situado 5 m por encima de la altura de sus manos, de tal modo que la pelota se mueva horizontalmente en el instante en que lo atraviesa. Si lanza la pelota con velocidad de 12 m/s , respecto a él:

- ¿Cuál deberá ser la componente vertical de esta?
- ¿Cuántos segundos después de abandonada pasará la pelota por el aro?
- ¿A qué distancia horizontal por delante del aro ha de lanzarse?

(a) $v_{iy} = 9,9 \text{ m/s}$; (b) $t = 1,01 \text{ s}$; (c) $x = 16,95 \text{ m}$.

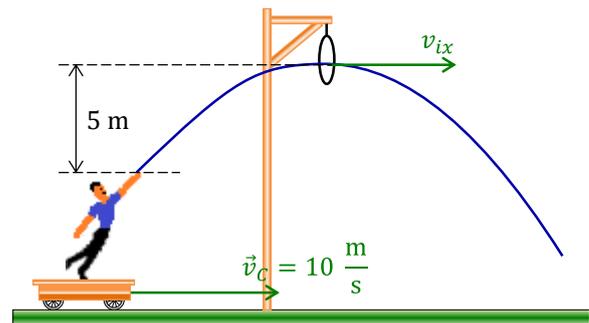


Fig. 04-06