Trabajo Práctico Nº 07

Movimiento Oscilatorio. Movimiento periódico. Movimiento periódico y oscilatorio. Movimiento Armónico Simple.

1 El desplazamiento de un objeto es $x = 8\cos(2t + \pi/3)$, donde x está en centímetros y t está en segundos. Calcular:

a) La velocidad y aceleración en $t = \pi/2$ s.
b) La velocidad máxima y el tiempo en el cual la partícula la alcanza por primera vez.
c) La aceleración máxima y el tiempo en el cual la partícula la alcanza por primera vez

$(a) v = 13{,}9\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}, a = 16\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2};\ (b) v_{Máx} = 16\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}, t = 0{,}262\ s;\ (c) a_{Máx} = 32\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}, t = 1{,}05$ s.

2 Un oscilador armónico simple está descrito por la ecuación $x_{(t)} = 0{,}4\,\text{sen}[\pi\ (0{,}1\,t + 0{,}5)]$, donde x y t están expresadas en m y s, respectivamente. Halle:

a) La amplitud, el periodo, la frecuencia y la fase inicial del movimiento.
b) Las expresiones generales para la velocidad y la aceleración.
c) Las condiciones iniciales.
d) La posición, la velocidad y la aceleración para t = 5 s.
e) Represente la posición, la velocidad y la aceleración como funciones del tiempo.

(a) $A = 0{,}4$ m, $T = 20$ s, $f = 0{,}05$ Hz, $\theta_0 = \pi/2$ rad;
(b) $v_{(t)} = 0{,}04\,\pi\cos[\pi\ (0{,}1\,t + 0{,}5)]$, $a_{(t)} = -0{,}004\,\text{sen}[\pi\ (0{,}1\,t + 0{,}5)]$;
(c) $x_0 = 0{,}4$ m, $v_0 = 0$, $a_0 = -0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; (d) $x = 0$, $v = -0{,}125\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a = 0$.

3 Un automóvil de 1.300 kg se construye con un armazón soportado por cuatro resortes. Cada resorte tiene una constante de fuerza de 20.000 N/m. Si dos personas que viajan en el auto tienen una masa combinada de 160 kg, encuentre la frecuencia de vibración del auto cuando pasa por un bache en una calle.

$f = 1{,}18$ Hz.

4 Un oscilador armónico simple tarda 12 s para efectuar cinco vibraciones completas. Encuentre:

a) El periodo de su movimiento.
b) La frecuencia en Hz.
c) La frecuencia angular en rad/s.

(a) $T = 2{,}40$ s; (b) $f = 0{,}417$ Hz; (c) $\omega = 2{,}62\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

5 Una partícula situada en el extremo de un brazo de un diapasón pasa por su posición de equilibrio con velocidad de 2 m s^{-1}. La amplitud es de 10^{-1} m.

a) Determine la frecuencia y el periodo del diapasón.
b) Escriba las ecuaciones que expresan su desplazamiento y velocidad como funciones del tiempo.

(a) $f = 3{,}183$ Hz, $T = 0{,}314$ s; (b) $x_{(t)} = 0{,}1\,\text{sen}(20\,t + \pi/2)$; $v_{(t)} = 2\cos(20\,t + \pi/2)$.

6 Una partícula de 1 g de masa vibra con un movimiento armónico simple de 2 mm de amplitud. Su aceleración al final de la trayectoria es de 8×10^3 m s^{-2}. Calcule:

a) La frecuencia del movimiento.
b) La velocidad de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio y cuando el desplazamiento es de 1,2 mm.
c) Escriba la ecuación que expresa la fuerza que actúa sobre la partícula como función de la posición y como función del tiempo.

(a) $f = 318{,}31$ Hz; (b) $v_{Máx} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{1,2} = 3{,}20\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$;
(c) $F = -4.000\,x$ [N], $F = -8\,\text{sen}(2.000\,t + \pi/2)$ [N]

7 Una partícula vibra con una frecuencia de 100 Hz y amplitud de 3 mm.
a) Calcule su velocidad y su aceleración en el medio y en los extremos de la trayectoria.
b) Escriba la ecuación que expresa el desplazamiento como función del tiempo. Suponga la fase inicial igual a cero.

Datos: $f = 100$ Hz, $A = 0{,}3$ cm.

(a) Para la mitad de la trayectoria la velocidad es máxima y la aceleración cero:

$$v_{Máx} = \pm\omega A = \pm 2\pi f A = \pm 2\pi \left(100\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)(0{,}3\ \mathrm{cm})$$

$$\boxed{v_{Máx} = 188{,}5\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}}$$

Para los extremos, la velocidad es cero y la aceleración máxima:

$$a_{Máx} = \pm\omega^2 A = \pm(2\pi f)^2 A = \pm\left[2\pi\left(100\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)\right]^2 (0{,}3\ \mathrm{cm})$$

$$\boxed{a_{Máx} = 1{,}184 \times 10^5\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}}$$

(b) La ecuación general del movimiento armónico simple es:

$$x_{(t)} = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi_0) = A\,\mathrm{sen}(2\pi f t + 0)$$

$$\boxed{x_{(t)} = 0{,}3\,\mathrm{sen}(200\,\pi\,t)\ [\mathrm{cm}]}$$

8 Una partícula que se mueve con MAS de 0,15 m de amplitud vibra 100 veces por segundo.
a) ¿Cuál es su frecuencia angular?
b) Su velocidad, su aceleración y su fase, cuando el desplazamiento es de 0,075 m.
(a) $\omega = 628{,}32$ rad/s; (b) $v = 81{,}62$ m/s, $a = 29.609$ m/s^2, $\phi = \pi/6$ rad.

9 Un movimiento armónico simple tiene una amplitud de 8 cm y un periodo de 4 s. Calcule la velocidad y la aceleración:
a) 0,5 s después de que la partícula pasa por el extremo de la trayectoria.
b) Cuando pasa por el centro.

(a) $v = -\,8{,}886\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$, $a = -13{,}96\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$; (b) $v_{Máx} = \pm 12{,}566\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$, $a = 0$.

10 La escala de una balanza de resorte que registra de cero a 150 N tiene 15 cm de longitud. Se observa que un cuerpo suspendido de la balanza oscila verticalmente, dando 1,5 Hz, ¿Cuál es la masa del cuerpo? Despréciese la masa del resorte.
$m = 11{,}258$ kg.

11 Una partícula que cuelga de un resorte oscila con una frecuencia angular de 2 rad/s. El resorte está suspendido del techo de la caja de un elevador y cuelga sin moverse (respecto de la caja del elevador) conforme la caja desciende a una velocidad constante de 1,5 m/s. La caja se detiene repentinamente.
a) ¿Con qué amplitud oscila la partícula?
b) ¿Cuál es la ecuación de movimiento para la partícula? (Elija la dirección hacia arriba como positiva.)
(a) $A = 0{,}75$ m; (b) $x = -0{,}75\,\mathrm{sen}(2t)$ [m].

12 Un cuerpo de 0,5 kg está vibrando con MAS de amplitud 15 cm y frecuencia 4 Hz. Calcúlense:
a) Los valores máximos de la aceleración y de la velocidad.
b) La aceleración y la velocidad cuando la elongación es 9 cm
c) El tiempo necesario para desplazarse desde la posición de equilibrio a un punto situado a 12 cm de la misma.

(a) $a_{Máx} = \pm 94{,}748\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $v_{Máx} = \pm 3{,}77\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; (b) $a_{(9)} = \pm 56{,}849\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $v_{(9)} = \pm 3{,}016\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; (c) $t = 0{,}037$ s. Nota: signo $(+)$ o $(-)$ de acuerdo al desplazamiento.

13 Una masa de 0,5 kg unida a un resorte de 8 N/m de constante de fuerza vibra en un movimiento armónico simple con una amplitud de 10 cm. Calcule:
a) El valor máximo de su velocidad y aceleración.
b) La velocidad y aceleración cuando la masa está a 6 cm de la posición de equilibrio.
c) El tiempo que tarda la masa en moverse de $x = 0$ a $x = 8$ cm.

(a) $v_{Máx} = \pm 0{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $a_{Máx} = \pm 1{,}60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; (b) $v_{(6)} = \pm 0{,}320\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $a_{(6)} = \pm 0{,}960\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; (c) $t = 0{,}232$ s

14 Una partícula de 0,5 kg se mueve con movimiento armónico simple. Su periodo es de 0,1 s y su amplitud de 10 cm. Calcule la aceleración, la fuerza y las energías potencial, cinética y mecánica cuando la partícula está a 5 cm de la posición de equilibrio.
$a = -197{,}392$ m/s^2; $F = -98{,}696$ N; $E_P = 2{,}47$ J; $E_C = 7{,}4$ J; $E_M = 9{,}87$ J.

15 Una partícula de 2 kg suspendida de un resorte de masa despreciable produce en este un alargamiento de 20 cm.
a) ¿Cuál es la constante recuperadora del resorte?
b) ¿Cuál seria el período de vibración de la partícula suspendida de este resorte?
c) ¿Cuál seria el periodo de oscilación de una partícula de 4 kg pendiente del mismo resorte?
(a) $E_C = 98$ N/m; (b) $T = 0{,}898$ s; (c) $T = 1{,}269$ s

16 Un bloque suspendido de un resorte vibra con movimiento armónico simple. En el instante en que la elongación del bloque es igual a la mitad de la amplitud, ¿qué fracción de la energía total del sistema es cinética y cuál potencial?
$E_C = \frac{3}{4}E_M$; $E_P = \frac{1}{4}E_M$

17 Una plancha horizontal oscila con movimiento armónico simple con una amplitud de 1,5 m y una frecuencia de 15 oscilaciones por minuto. Calcular el valor mínimo del coeficiente de roce a fin que un cuerpo colocado sobre la plancha no resbale cuando la plancha se mueva.
$\mu = 0{,}378$.

18 Un pequeño bloque ejecuta un movimiento armónico simple en un plano horizontal con una amplitud de 10 cm. En un punto alejado 6 cm de la posición de equilibrio, la velocidad es ± 24 cm/s.
a) ¿Cuál es el período?
b) ¿Cuál es la elongación cuando la velocidad vale ± 12 cm/s?
c) Si un pequeño cuerpo que oscila sobre el bloque está a punto de deslizar sobre él en el extremo de la trayectoria, ¿cuál es el coeficiente de rozamiento?
(a) $T = 2{,}094$ s; (b) $x = 9{,}165$ cm; (c) $\mu = 0{,}09$.

19 El periodo de un péndulo es de 3 s. Calcule su periodo sí:
a) Su longitud aumenta un 60%.
b) Su longitud disminuye un 60%
(a) $T = 3{,}795$ s, (b) $T = 1{,}897$ s.

20 ¿Cuál deberá ser el cambio porcentual de longitud de un péndulo para que un reloj tenga el mismo periodo cuando se mueve de un lugar en el que $g = 9{,}8$ m s^{-2} a otro en el que $g = 9{,}81$ m s^{-2}?
$\Delta L\% = 0{,}1$ %.

21 Un péndulo simple tiene un periodo de 2,5 s.
a) ¿Cuál es su longitud?
b) ¿Cuál sería su periodo en la Luna, donde $g = 1{,}67$ m/s^2?
(a) $L = 1{,}55$ m; (b) $T = 6{,}06$ s.

22 Un péndulo simple mide 5 m de largo.

a) ¿Cuál es el periodo del movimiento armónico simple para este péndulo si se ubica en un elevador que acelera hacia arriba a 5 m/s?

b) ¿Cuál es la respuesta del inciso a) si el elevador acelera hacia abajo a 5,0 m/s^2?

c) ¿Cuál es el periodo del movimiento armónico simple para este péndulo si se coloca en un camión que acelera horizontalmente a 5 m/s^2?

(a) $T = 3{,}65$ s; (b) $T = 6{,}41$ s; (c) $T = 4{,}24$ s.

23 Un péndulo simple cuya longitud es de 2 m está en un lugar en el que $g = 9{,}8$ m s^{-2}. El péndulo oscila con una amplitud de 2°. Exprese, como función del tiempo:

a) Su desplazamiento angular.
b) Su velocidad angular.
c) Su aceleración angular.
d) Su velocidad lineal.
e) Su aceleración centrípeta.
f) La tensión de la cuerda si la masa de la lenteja es de 1 kg.

Datos: $L = 2\text{ m}, g = 9{,}80\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}, \phi_0 = \dfrac{\pi}{2}, \theta_0 = 2° = 0{,}035\text{ rad}.$

(a) $\theta = \theta_0\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$

Por lo que tenemos que hallar a ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\text{ m}}} = 2{,}214\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\boxed{\theta = 0{,}035\,\text{sen}\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)[\text{rad}]}$$

(b) $\Omega = \omega\theta_0\cos(\omega t + \phi_0)$

$$\omega\theta_0 = \left(2{,}214\frac{1}{\text{s}}\right)(0{,}035\text{ rad}) = 0{,}077\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\boxed{\Omega = 0{,}077\cos\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]}$$

(c) $\alpha = -\omega^2\theta_0\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$

$$\omega^2\theta_0 = \left(2{,}214\frac{1}{\text{s}}\right)^2(0{,}035\text{ rad}) = 0{,}171\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\boxed{\alpha = 0{,}171\,\text{sen}\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$$

(d) Dado que el péndulo describe un movimiento circular:

$$v = R\Omega = R\omega\theta_0\cos(\omega t + \phi_0)$$

Donde $R = L = 2$ m

$$R\omega\theta_0 = (2\text{ m})\left(2{,}214\frac{1}{\text{s}}\right)(0{,}035\text{ rad}) = 0{,}155\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\boxed{v = 0{,}155\cos\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}$$

(e) Siendo un movimiento circular:

$$a_C = R\Omega^2 = \frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{a_C = 0{,}012\cos^2\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]}$$

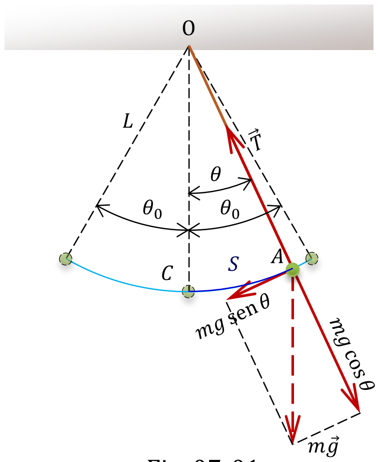

Fig. 07-01

(f) Utilizando las leyes de Newton en la Fig. 07-01:

$$\sum F_R = T - mg\cos\theta = ma_C$$

$$T = mg\cos\theta + ma_C = m(a_C + g\cos\theta)$$

$$T = (1\ \text{kg})\left\{0{,}012\cos^2\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right) + 9{,}8\cos\left[0{,}035\,\text{sen}\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\boxed{T = \left\{0{,}012\cos^2\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right) + 9{,}8\cos\left[0{,}035\,\text{sen}\left(2{,}214\,t + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\}[\text{N}]}$$

24 Un péndulo de 1 m de longitud y con una lenteja de 0,60 kg se levanta a lo largo de un arco de modo que está a 4 cm sobre su altura de equilibrio. Halle:
a) Su amplitud.
b) La fuerza tangencial a su trayectoria, su aceleración tangencial, su velocidad y su desplazamiento angular, en el punto de máxima amplitud.
c) Ídem, en el punto más bajo de la trayectoria del péndulo.
(a) $A = 0{,}28$ m; (b) $F_T = -1{,}646$ N, $a_T = -2{,}744$ m/s^2, $v = 0$, $\theta = 0{,}28$ rad; (c) $F_T = 0$, $a_T = 0$, $v = 0{,}885$ m/s, $\theta = 0$.

25 Un péndulo simple tiene una masa de 0,250 kg y longitud de 1 m. Se desplaza un ángulo de 15° y después se suelta. Calcular:
a) Su velocidad máxima.
b) Su aceleración angular máxima.
c) La fuerza restauradora máxima?
(a) $v_{Máx} = \pm 0{,}817$ m/s; (b) $\alpha_{Máx} = -2{,}57$ rad/s^2; (c) $F_{Máx} = -0{,}641$ N.

26 El movimiento del pistón de un automóvil es, aproximadamente, armónico simple.
a) Si la carrera de un motor (dos veces la amplitud) es de 10 cm y la velocidad angular de 3.600 rpm. Calcúlese la aceleración del pistón en el extremo de su carrera.
b) Si el pistón pesa 500 g, ¿qué fuerza resultante tiene que ejercerse sobre él en este punto?
c) ¿Cuál es la velocidad del pistón en kilómetros por hora en el punto medio de su carrera?
(a) $a_{Máx} = -7.106$ m/s^2; (b) $F = -3.553$ N; (c) $v_{Máx} = \pm 67{,}86$ km/h.